

Bestellmengenplanung und Bestellmengenoptimierung

Eine Übersicht über die wichtigsten operativen Planungs- und Rechenverfahren der industriellen Lagerverwaltung und ihre Umsetzungen in die Praxis des taktischen Controlling.

Version 4.50 © Harry Zingel 1999-2003, EMail: HZingel@aol.com, Internet: <http://www.zingel.de>

Nur für Zwecke der Aus- und Fortbildung

Inhaltsübersicht

1.	Grundgedanken	2	4.1.3.	Optimale Bestellmenge bei Rabatten und Skonti	6
1.1.	Grundsätzliche Verfahrenstypologie	2	4.2.	Das Andler'sche Verfahren bei mehreren Materialarten	7
1.1.1.	Exakte Verfahren	2	4.2.1.	Der Lagrange-Multiplikator	7
1.1.2.	Heuristiken und Faustregeln	2	4.2.2.	Die iterative Ermittlung des Lagrange-Multiplikators	8
1.2.	Materialwirtschaftliche Klassifizierungen und Basisdaten	2	4.2.3.	Mehrere Materialarten mit Packungsgrößen und Skonti	8
1.2.1.	A-, B- und C-Teile	2	4.2.3.1.	Das grundsätzliche Lösungsverfahren	8
1.2.2.	Lagermäßige Bevorratung	2	4.2.3.2.	Bestimmung der möglichen Lösungen	9
1.2.3.	Schlagartiger Lagerzugang	2	4.2.3.3.	Ermittlung des Kostenminimums	10
1.2.4.	Die Bedarfsmenge	3	4.2.4.	Lagrange und Bestellrhythmusplanung	11
1.2.5.	Bestellmenge und Losgröße	3	4.3.	Die Lösung in Excel	12
2.	Die Kosten im Materialbereich	3	5.	Bestellmengenrechnung nach Wagner und Whitin	12
2.1.	Grundgedanken der Kostentheorie	3	5.1.	Die Grundannahmen	12
2.2.	Kosten des Einkaufs und der Bestellung	3	5.1.1.	Kürzere Perioden	12
2.3.	Die Bestimmung der Lagerkosten	4	5.1.2.	Der Weg zum Horizont	12
2.3.1.	Kalkulatorische Lagerzinsen	4	5.1.3.	Erforderliche Basisdaten	13
2.3.2.	Kalkulatorische Wagnisse im Lager	4	5.1.4.	Das Kernproblem	13
2.3.3.	Die Berechnung der Lagerkosten	4	5.2.	Eine Musterlösung	13
2.4.	Die Bestimmung der Gesamtkosten im Dispositionsbereich	5	5.2.1.	Die Lösungstabelle	13
3.	Typische Kostenverläufe	5	5.2.2.	Der Rechenweg am Beispiel	13
3.1.	Das Grundmodell	5	5.2.3.	Die Auswertung der Ergebnisdaten	14
3.2.	Kostenverläufe mit eisernem Bestand	6	5.3.	Die Lösung in Excel	14
4.	Bestellmengenrechnung nach Andler	6	6.	Heuristiken und Faustregeln	15
4.1.	Rechenverfahren bei einer Materialart	6	6.1.	Statische Bestellmengenverfahren	15
4.1.1.	Die Grundlegende Methode	6	6.2.	Periodische Bestellmengenverfahren	15
4.1.2.	Optimale Bestellmenge bei festen Packungsgrößen	6	7.	Abkürzungsverzeichnis	16

Während es bei der Disposition um strategische und taktische Verfahren und Modelle der Materialbeschaffung geht, befaßt sich dieses kleine Skript mit der richtigen Bemessung der jeweiligen Beschaffungsmenge. Es demonstriert, wie mit vergleichsweise geringem Aufwand unter Einsatz elektronischer Mittel eine u.U. erhebliche Kostenoptimierung im Lagerbereich durch richtige Mengenebemessung zu erzielen ist.

Die folgenden Dateien enthalten numerische Lösungen zu den hier dargestellten Problemen und sollten ggfs. ausprobiert werden:

Angebotsvergleich.xls	Angebotsvergleich, mit Berechnung der Lagerkennziffern.
Demonstration Normalverteilung.xls	Probieren Sie das Konzept der Normalverteilung interaktiv aus!
FIFO-LIFO Modellrechnung.xls	Handelsrechtliche Bewertung nach Durchschnitts- und Verbrauchsfolgeverfahren.
Gauß'sche Normalverteilung.xls	Tabelle der Normalverteilung.
Kalk Kosten.xls	Grundmodell der kalkulatorischen Kosten.
Lager Kennziffern Visualisierung.xls	Visualisiert die Lagerkennziffern. Interaktives Tool.
Lager Kennziffern.xls	Berechnet die Lagerkennziffern. Mit eigener Visualisierung.
Lagerkosten Rabatt.xls	Berechnet die Lagerkennziffern bei Rabatten im Einkauf. Mit Grafik.
MiOpt Lagrange Grundlage.xls	Grundlegende Berechnung der optimalen Bestellmenge bei knappem Lagerplatz.
MiOpt Lagrange vollständig.xls	Berechnet die optimale Bestellmenge bei knappem Lagerplatz. Berücksichtigt Packungsgrößen.
Varianz.xls	Berechnet Mittelwert, Varianz und die Normalverteilung.
Wagner-Whitin.xls	Losgrößen- und Bestellmengenrechnung nach Wagner/Whitin.

Dieses kleine Skript beschließt die Reihe der logistisch-materialwirtschaftlich orientierten Inhalte der Webseite und der BWL CD. Insbesondere das Skript „Disposition.pdf“ sollten Sie vorher gelesen haben; u.U. wird auch empfohlen, sich zuvor mit „Produktion Skript.pdf“ und „Produktion Kosten.pdf“ sowie den Skripten zur Logistik befaßt zu haben. Weiterführende stark mathematisch orientierte Methoden werden in „Simplex Skript.pdf“ beschrieben.

1. Grundgedanken

Dieses Skript befaßt sich mit der *Bestellmengen- und Losgrößenrechnung*. Es untersucht, wieviel von welchem Material zu welcher Zeit durch Beschaffung oder Fertigung bereitzustellen ist. Es betrachtet damit verschiedene Methoden der *Optimierung* und gehört damit zum Bereich des *Operations Research*.

Wir betrachten das Problem primär unter Beschaffungsgesichtspunkten, weil

- für produktionstheoretische Fragen ein *eigenes Skript* besteht und
- im deutschen Ökosozialismus die Produktion ohnehin immer weiter *ausgelagert* wird, in der Regel zusammen mit den zugehörigen Arbeitsplätzen, so daß „Produktion“ oft schon gar nicht mehr als Fach in den Lehrplänen der Universitäten und Fachhochschulen auftaucht.

Dennoch sind viele der hier diskutierten Konzepte im Zusammenhang mit der Produktionstheorie *ebenso einsetzbar* wie im Bereich des Materialwesens.

1.1. Grundsätzliche Verfahrenstypologie

1.1.1. Exakte Verfahren

Exakte Methoden sind solche, die versuchen, einen *präzisen Optimalwert* zu finden. Sie leisten in der Theorie eine *maximale*, d.h., *vollständige Optimierung*, erfordern jedoch vorher eine *mathematische Modellierung des Problems*. Sie gelten daher als schwierig und erfordern den Einsatz von *Software*.

Wir stellen in diesem Zusammenhang zunächst die verbreitete Methode der Bestellmengenrechnung von *Andler*, wurde jedoch vom Autor des Skriptes *weiterentwickelt* und *programmtechnisch* umgesetzt. Das Verfahren hat eine Zahl von *Voraussetzungen* und *Grundbedingungen*. Dieser Abschnitt stellt diese Rahmenbedingungen dar.

Anschließend diskutieren wir das Verfahren nach *Wagner* und *Whitin*, das als Fortsetzung bzw. Erweiterung der Methode von *Andler* gesehen werden kann, weil es einige der Beschränkungen der *Andler'schen* Gleichung nicht kennt. Auch hierzu wird eine Softwareunterstützung angeboten. Der Abschnitt über *Wagner* und *Whitin* setzt das Verständnis der *Andler'schen* Methode voraus.

1.1.2. Heuristiken und Faustregeln

Ein heuristisches Verfahren ist eines, das eine Optimierung aufgrund von *anwendungsnahen*, oft *unmathematischen* Regeln versucht. Solche Verfahren sind oft nur *Faustregeln*, die von Praktikern über viele Jahre angewandt und verbessert worden sind.

Vorteil dieser Methoden ist ihre relative Einfachheit; Nachteil ist, daß oft mit exakten Mitteln eine wesentliche Verbesserung erzielbar ist. Viele heuristische Verfahren sind daher mehr oder weniger *trivial*. Wir bieten in diesem Skript daher nur eine *grundlegende Übersicht* über diese Methoden, und werden sie nicht weiter vertiefen.

1.2. Materialwirtschaftliche Klassifizierungen und Basisdaten

Eine Zahl von *Definitionen* und *Randbedingungen* sollten vorausgeschickt werden:

1.2.1. A-, B- und C-Teile

Die ABC-Analyse teilt die Bedarfsobjekte der Disposition in drei Kategorien ein:

- **A-Gruppe:** Sehr *wertintensive* und/oder sehr *selten* benötigte Teile. Für sie wird i.d.R. versucht, Just-in-Time-Beschaffung zu betreiben.
- **B-Gruppe:** Weniger *wertintensive* und/oder *etwas öfter* benötigte Teile. Sie werden i.d.R. bei Bedarf einzeln beschafft.
- **C-Gruppe:** Eher *geringwertige* aber in *großer Zahl* benötigte Teile. Für sie ist die *lagermäßige Bevorratung* die optimale Strategie.

Die in der Folge vorgestellten Verfahren setzen eine *Lagerführung* voraus. Sie eignet sich daher i.d.R. eher für die Teile der C-Kategorie.

1.2.2. Lagermäßige Bevorratung

Hierunter verstehen wir die *Bereithaltung einer größeren Zahl von Bedarfsobjekten*, um die unterschiedlichen Zeitpunkte des Zuganges und des Bedarfes *gegeneinander abzapuffern*, also auch bei diskontinuierlichem Zugang eine *kontinuierliche Verfügbarkeit* zu gewährleisten. Im Skript „Disposition.pdf“ haben wir eine Zahl mathematisch orientierter Verfahren vorgestellt, die die ständige Verfügbarkeit sichern sollen; zudem lassen sich *strategische Konzepte* der Disposition differenzieren.

Die vorliegende Darstellung ist eher ein *Detailproblem der Disposition*, denn sie befaßt sich ausschließlich mit der Bemessung der richtigen Menge an zu beschaffenden Bedarfsobjekten; Lieferant, Lieferzeitpunkt und andere möglicherweise relevante Daten der Disposition werden bereits *vorausgesetzt*. Das Skript oben erwähnte „Disposition.pdf“ sollte dem Leser dieses Werkes also *bekannt* sein.

1.2.3. Schlagartiger Lagerzugang

Eine Grundannahme des vorliegenden Konzeptes ist *schlagartiger Lagerzugang*, also die Lieferung, die zu einem (mehr oder weniger genau) bekannten Zeitpunkt eintrifft und den Bestand an Bedarfsobjekten auf ein bestimmtes (hohes) Niveau bringt. Für *kontinuierlichen Lagerzugang* etwa in Fertigwaren- oder Ausgangslagern ist die Methode *ungeeignet*. Es geht daher primär um die Bedarfssicherung auf der Einkaufsseite, nicht um die Sicherung der Lieferfähigkeit auf der Verkaufsseite.

Dennoch kann das vorzustellende Konzept auch in vielen Fällen auf der Absatzseite oder innerhalb des Produktionsprozesses eine Rolle spielen, etwa wenn durch Losfertigung oder durch Serienproduktion eine größere Zahl von Lagerobjekten gleichzeitig fertig werden und in ein Zwischenlager eingebracht werden. In diesen Fällen stehen jedoch

meist nicht die Lagerkosten, sondern die Produktionskosten im Vordergrund der Optimierungsbetrachtung.

1.2.4. Die Bedarfsfunktion

Bedarf ist der Mangelzustand in einem Teil des Produktionsapparates, der durch *Produktion* (Losgrößenrechnung) oder *Beschaffung* (Einkaufsseite) gelöst werden kann.

Die Andler'sche Methode setzt nur einen *Jahresbedarf* voraus. Das bringt nicht nur *prognostische Probleme*, sondern auch *Ungenauigkeiten*, und zwar um so mehr, je größer die unterjährigen Schwankungen sind. Dies ist ein Hauptkritikpunkt an diesem Verfahren.

Das nachfolgend dargestellte Verfahren nach Wagner und Whitin setzt nur Periodenbedarfszahlen voraus, die sich z.B. auch auf Wochen oder sogar Tage beziehen können, und wird daher vielfach vorgezogen; allerdings ist dieses Verfahren u.U. *schwieriger*.

Beide Methoden basieren auf der Kostenrechnung, d.h., *kostenrechnerische Ausgangszahlen* müssen vorliegen. Wir werden daher in Kapitel 2 zunächst einige dieser Grundlagen einführen bzw. vertiefen. Ohne Verständnis dieser Grundlagen ist vermutlich überhaupt kein Verständnis der darauf aufbauenden Methoden möglich.

1.2.5. Bestellmenge und Losgröße

Während das *Bestellmengenproblem* sich mit der Zahl der Beschaffungsobjekte befaßt, fragt die *Losgrößenrechnung* nach der Zahl der zu fertigenden Objekte. Beide Bereiche sind daher *nahezu identisch*. Viele Verfahren der Bestellmengenrechnung lassen sich daher mehr oder weniger unverändert auch auf die Losgrößenrechnung übertragen. Wir werden uns im vorliegenden Skript jedoch auf die Bestellmengenrechnung *beschränken*; eine Diskussion der Losgrößenrechnung findet der Leser in meinen Skripten über Produktionstheorie.

2. Die Kosten im Materialbereich

Das Konzept der optimalen Bestellmenge befaßt sich mit der Minimierung der mit dem Bestell- und Einkaufsprozess entstehenden *Kosten*. Dabei erfaßt es die Kosten des Einkaufsvorganges selbst, sowie die Kosten der Eingangslagerung. Hierbei kann unter Eingangslagerung der gesamte Lagervorgang bis zur Entnahme für die Produktion verstanden werden.

2.1. Grundgedanken der Kostentheorie

Unter Kosten verstehen wir im betriebswirtschaftlichen Sinne „bewerteten, periodisierten Güter- und Leistungsverzehr für Zwecke der betrieblichen Leistungserstellung oder Bereitschaftserhaltung“. Der Begriff ist scharf und präzise von teilweise parallelen Begriffen wie „Auszahlungen“, „Ausgaben“ und „Aufwendungen“ abzugrenzen. Wer nicht das Gefühl hat, über dieser Abgrenzung zu stehen, sollte die Inhalte der BWL CD zur Kostentheorie zuerst lesen, weil die Kostendefinition in diesem Skript zwar an ein paar Beispielen demonstriert aber ansonsten *vorausgesetzt* wird.

Es ist nach den Erfahrungen des Autors *besonders wichtig*, sich zunächst mit den theoretischen Grundlagen vertraut zu machen, weil man sonst zwar das nachfolgend demonstrierte mathematische Verfahren formal erlernen aber nie richtig anwenden kann, denn wenn man etwa Zahlungsgrößen mit Kosten verwechselt, hat man sinnlose Ausgangsdaten und daher kaum brauchbare Ergebnisse. So gibt es Kosten, die keine Aufwendungen sind, und Aufwendungen, die keine Kosten sind - und die wenigsten Kosten sind zugleich auch Zahlungen, gerade im hier betrachteten Bereich. Wer nicht das Gefühl hat, sich über diese Umstände im klaren zu sein, sollte hier möglichst nicht weiterlesen, sondern sich zunächst mit den Grundlagen der Kostenartenrechnung auseinandersetzen - die BWL CD bietet hierfür eine Menge relevanter Ressourcen.

2.2. Kosten des Einkaufs und der Bestellung

Hierunter verstehen wir die Kosten, die unmittelbar mit dem *Vorgang des kaufmännischen Vertragsschlusses* und des *Erfüllungsgeschäftes* zusammenhängen. Hierzu zählen etwa:

- *Personalkosten* für *Angebotsvergleiche*,
- *Personalkosten* für *Besuche bei Lieferanten*,
- *Reisekosten* und *ähnliche Spesen* im Zusammenhang mit dem Vertragsschluß,
- *Personalkosten* bei *Warenannahme* und *Qualitätskontrolle* i.S.d. §377 HGB,
- *Sachkosten* im Zusammenhang mit der Eingangskontrolle.

Einen weiteren wichtigen Einflußfaktor bildet der Jahres- oder sonstige Verbrauch des eingekauften Gutes insbesondere bei verbrauchsgesteuerter Bestellung. Hierbei handelt es sich jedoch um *Einzelkosten*. Das vorzustellende Verfahren betrifft jedoch *ausschließlich die Gemeinkosten*, d.h., es optimiert die *nichtverbrauchsbezogenen Kosten*. Das betrifft auch Bedarfsobjekte, deren Verbrauch als unechte Gemeinkostenart geführt wird, etwa viele Hilfsstoffe im industriellen Bereich.

Die Ermittlung des *Bestellzeitpunktes* ist hierbei nicht Gegenstand der Berechnung. Vielmehr wird von tatsächlicher Bestellnotwendigkeit ausgegangen. Die Ermittlung des Meldebestandes und des optimalen Bestellzeitpunktes ist Gegenstand der Disposition.

Da die Bestellmengenoptimierung von buchhalterischen Daten ausgeht, muß sie zunächst die buchhalterische Berichtsperiode, d.h., das Geschäftsjahr zugrundelegen. Für diese Periode müssen der Gesamtbedarf V_i des Gutes i und die Kosten K_B für eine Bestellung des jeweiligen Gutes bekannt sein. Bezogen auf das Geschäftsjahr ermitteln sich die Einkaufskosten als

$$K_E = \frac{V_i}{M_i} K_B$$

Hierbei ist ggfs. eine *Schätzung der durchschnittlichen Bestellkosten* zugrunde zu legen, um zu einem mittleren jahresbezogenen Wert zu kommen. Die Variable M_i steht

hierbei für die tatsächliche (und nicht die optimale) Bestellmenge des Gutes i.

2.3. Die Bestimmung der Lagerkosten

Die Lagerkosten umfassen die gesamten *Kosten der lagermäßigen Bevorratung*, d.h., im Rahmen der Bestellmengenplanung nur solche Kosten der Eingangslagerung bis zum Beginn des Produktionsprozesses. Zwischen- und Handlagerung der Produktion gehört nur zu den Lagerkosten im hier betrachteten Sinne, wenn für diese Lagerarten auch die darzustellende Methode der Bestellmengenoptimierung ggfs. im übertragenen Sinne angewandt werden kann - etwa bei *Losgrößenrechnung* -, was insgesamt jedoch eher selten sein dürfte.

Die Lagerkosten setzen sich im Wesentlichen aus *zwei Elementen* zusammen:

- *Aufwandsgleiche Kosten*, d.h., Kosten, die der GuV-Rechnung entnommen werden können und
- *Aufwandsungleiche*, d.h., *kalkulatorische* Kosten.

Letztere sind erfahrungsgemäß schon durch ihr Nichtvorhandensein in der Gewinn- und Verlustrechnung *das größere Problem* und sollten genauer betrachtet werden.

Aufwandsgleiche Kosten wären etwa Personal-, Raum- und Sachkosten im Lager, Versicherungen, innerbetrieblicher Transport, Energie und dgl. mehr. Diese Kosten sind erfahrungsgemäß von der Höhe her *unwesentlich*.

Kalkulatorische Kosten sind insbesondere

- Kalkulatorische *Zinsen* und
- Kalkulatorische *Wagnisse*.

Bei Maschinen, die in der Lagerung verwendet werden, kommen hinzu

- Kalkulatorische *Abschreibungen*.

2.3.1. Kalkulatorische Lagerzinsen

Jedes im Betrieb zur Leistungserstellung eingesetzte Kapital verursacht *Zinskosten*. Der Zinssatz bestimmt sich aus der *Mindestrentabilität* des Unternehmens, die im Wege der Kostenrechnung auf die Preise umgerechnet wird und vom Kunden ersetzt werden soll. Das gilt auch für gelagerte Bedarfsobjekte: die hier *durch Kapitalbindung entstehenden Zinskosten* soll der Kunde ersetzen.

Der Zinssatz bestimmt sich dabei aus dem allgemeinen Kapitalmarkt-Guthabenzins, der dem Unternehmer durch Einsatz seines Kapitals im Unternehmen verlorengelht, sowie durch das allgemeine unternehmerische Risiko:

$$\begin{aligned} & \text{Kapitalmarkt-Guthabenzins} \\ + & \text{Allgemeines Risiko} \\ & (\text{z.B. } \textit{Insolvenzquote der vergleichbaren Unternehmensgröße und jeweiligen Branche}) \\ = & \text{Mindestrentabilität } (R_{\min}) \end{aligned}$$

Dies bedeutet, daß

- die Zinskosten im Lager *steigen*, wenn der volkswirtschaftliche Guthabenzins steigt,

- die Zinskosten im Lager sich aber nicht verändern, wenn die Zinsaufwendungen zum Beispiel bei einer Bank steigen, weil der Schuldzins bei dieser Bank steigt, weil Schuldzinsen keine Kosten sind.

Dies ist *hochbedeutsam* und sollte dem Leser absolut klar sein: selbst wenn die Bank den Zins für das Darlehen erhöht, *mit dem wir den Lagerbestand finanziert haben*, so hat dies keine Auswirkung auf die Lagerkosten!

Das bedeutet aber auch, daß

- die Zinskosten im Lager *steigen*, wenn die Insolvenzquote steigt, weil hierdurch das allgemeine Risiko steigt, und
- die Zinskosten im Lager *senken*, wenn das Unternehmen wächst, weil das Insolvenzrisiko großer Unternehmen kleiner ist als das kleiner Unternehmen.

2.3.2. Kalkulatorische Wagnisse im Lager

Hierunter verstehen wir i.d.R. nur *unversicherte Risiken* wie etwa das *Bestandsrisiko*, das etwa durch Diebstahl, Verderb oder sonstigen *Schwund* definiert ist.

Versicherte Risiken sind bereits pagatorische Grundkosten und auf diese Art im Lagerkostensatz vorhanden; unversicherte Risiken verursachen als solche (!) keine Buchung und sind daher auch nicht der GuV-Rechnung zu entnehmen; dennoch müssen sie berücksichtigt werden, und zwar unabhängig vom Zeitpunkt des Eintretens der jeweiligen Schadensfälle (wie z.B. des Verlustes durch Diebstahl). Sie sind also vor Eintreten des Schadensereignisses der Kostenrechnung als kalkulatorische Kosten *hinzuzufügen*.

2.3.3. Die Berechnung der Lagerkosten

Da die aufwandsgleichen- und die kalkulatorischen Kosten aus verschiedenen Quellen stammen, führt man bisweilen unterschiedliche Symbole: die aufwandsgleichen Kosten werden mit dem Symbol *l* beschrieben, während für die kalk. Kosten das Symbol *j* gesetzt wird.

Die Summe *l+j* entspricht offensichtlich dem *Materialgemeinkostenzuschlag*, der bei ordentlicher Vollkostenrechnung entsteht:

$$MGZ = \frac{GK_{Lager}}{EK_{Material}}$$

Die Größe GK_{Lager} umfaßt dabei sämtliche kalkulatorischen- und Grundkosten im Lagerbereich, also auch die kalk. Zinsen und Wagnisse; die Größe $EK_{Material}$ enthält die Einzelkosten, die durch den Verbrauch der Bedarfsobjekte entstehen.

Die Berechnungsmethode setzt einen *Betriebsabrechnungsbogen* voraus. Dieser vermittelt dem Controller jedoch nur ein prozentuales Kostenverhältnis; aufgrund dieser Ausgangszahl muß nunmehr der jeweils konkrete Kostenwert in Geldeinheiten bestimmt werden. Hierzu verwenden wir die grundlegende Idee der kalk. Zinskostenrechnung und wenden den Lagergemeinkostenzu-

schlag wie einen Zinssatz auf die *mittlere Kapitalbindung durch Bedarfsobjekte im Lager* an:

$$\mu_{\text{Kapital}} = \frac{EB_i + HB_i}{2} = \frac{(2EB_i + M_i)}{2}$$

Die Kosten der Lagerung errechnen sich damit bei getrenntem Ausweis der Grund- und der kalkulatorischen Kosten wie folgt:

$$K_L = \frac{(2EB_i + M_i) \cdot q_i}{2} \cdot (l + j)$$

Man beachte, daß im vorliegenden Fall das Symbol q_i für den *Bewerteten Wert* des gelagerten Materials und selbstverständlich *nicht* für seinen Einkaufspreis steht, weil bei Lagerzugängen in Lager, die bereits einen Bestand oder Rest enthalten, durch die Verfahren der Durchschnitts- und Verbrauchsfolgebewertung i.S.v. IAS 2 oder §240 Abs. 4 und §256 HGB ein Wertmaßstab entsteht, der nicht mit dem Einkaufspreis einer Einzellieferung identisch ist!

Die Lagerkostenformel läßt sich unter Zugrundelegung des Materialgemeinkostenzuschlagssatzes durch Zusammenfassung der beiden Einzelkomponenten l und j vereinfachen zu:

$$K_L = \frac{(2EB_i + M_i) \cdot q_i}{2} \cdot MGZ$$

Hierbei muß der MGZ die kalkulatorischen Kosten enthalten.

2.4. Die Bestimmung der Gesamtkosten im Dispositionsbereich

Die Gesamtkosten der Lagerung und des Einkaufes ergeben sich aus der Addition der beiden Komponenten:

$$K_{\text{ges}} = \frac{V_i}{M_i} \cdot K_{B_i} + \frac{(2EB_i + M_i) \cdot q_i}{2} \cdot MGZ$$

Was das bedeutet, und was man damit anstellen kann, betrachten wir im Folgenden im Rahmen einer kleinen *Modellrechnung*.

3. Typische Kostenverläufe

3.1. Das Grundmodell

Betrachten wir einmal die folgenden *Ausgangsdaten* für eine fiktive Materialart:

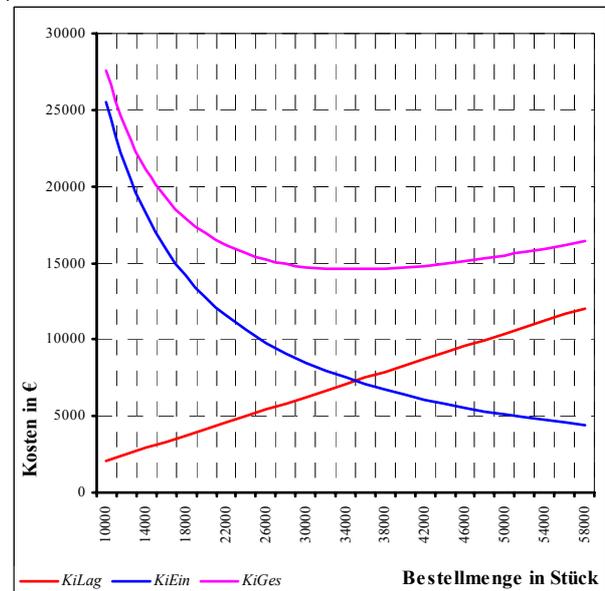
Jahresverbrauch: $V_i = 850.000$ Stück/Jahr
 Bestellkosten: $K_B = 300,00$ €/Bestellvorgang
 Einkaufswert: $q_i = 1,98$ €/Stück
 MGZ: $(l+j) = 21,00\%$
 Eiserner Bestand: $EB_i = 0,00$ Stück/Jahr

Für Bestellmengen von 10.000 Stück bis 58.000 Stück ergeben sich die nunmehr *progressive*, d.h., *ansteigende Lagerkosten* K_L , weil mit wachsender Bestellmenge M auch die Lagerkosten steigen, aber *degressive*, also *fal-*

lende Einkaufskosten K_E , weil mit wachsendem M seltener eingekauft werden muß:

Nr.	M	K_L	K_E	K_{ges}
1	10.000 Stück	2079,00	25500,00	27579,00
2	12.000 Stück	2494,80	21250,00	23744,80
3	14.000 Stück	2910,60	18214,29	21124,89
4	16.000 Stück	3326,40	15937,50	19263,90
5	18.000 Stück	3742,20	14166,67	17908,87
6	20.000 Stück	4158,00	12750,00	16908,00
7	22.000 Stück	4573,80	11590,91	16164,71
8	24.000 Stück	4989,60	10625,00	15614,60
9	26.000 Stück	5405,40	9807,69	15213,09
10	28.000 Stück	5821,20	9107,14	14928,34
11	30.000 Stück	6237,00	8500,00	14737,00
12	32.000 Stück	6652,80	7968,75	14621,55
13	34.000 Stück	7068,60	7500,00	14568,60
14	36.000 Stück	7484,40	7083,33	14567,73
15	38.000 Stück	7900,20	6710,53	14610,73
16	40.000 Stück	8316,00	6375,00	14691,00
17	42.000 Stück	8731,80	6071,43	14803,23
18	44.000 Stück	9147,60	5795,45	14943,05
19	46.000 Stück	9563,40	5543,48	15106,88
20	48.000 Stück	9979,20	5312,50	15291,70
21	50.000 Stück	10395,00	5100,00	15495,00
22	52.000 Stück	10810,80	4903,85	15714,65
23	54.000 Stück	11226,60	4722,22	15948,82
24	56.000 Stück	11642,40	4553,57	16195,97
25	58.000 Stück	12058,20	4396,55	16454,75

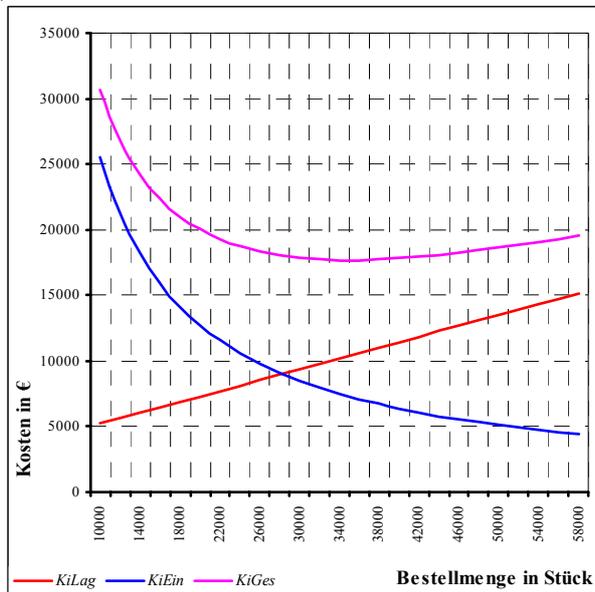
Der ansteigende Verlauf der **Lagerkosten**, und der degressive Verlauf der **Einkaufskosten** kann auch in einer Grafik dargestellt werden:



Die **Gesamtkostenkurve** zeigt ein *Minimum* über der Kreuzung der beiden anderen Kurven, im Beispiel ca. bei 35.000 Stück. Es ist also eine *Minimierung der Gesamtkosten* möglich, wenn es gelingt, diese optimale Bestellmenge analytisch zu ermitteln. *Das ist der Gegenstand der hier vorgestellten Methode*, die offensichtlich auf der Differential- und Integralrechnung basiert.

3.2. Kostenverläufe mit eisernem Bestand

Auch bei der Einführung eines *eisernen Bestandes* von im Beispiel $EB_i = 7.500$ Stück bleibt diese Gesetzmäßigkeit erhalten; die Gesamtkostenkurve verschiebt sich jedoch in Folge des höheren Verlaufes der Lagerkosten nach rechts, und das Minimum der Gesamtkosten liegt nicht mehr über dem Kreuzungspunkt der beiden anderen Kostenverläufe:



Dennoch kann auch in diesem Fall durch Ableitung und Nullsetzung der Gesamtkostenfunktion das Kostenminimum und also die *optimale Bestellmenge* aufgefunden werden.

4. Bestellmengenrechnung nach Andler

4.1. Rechenverfahren bei einer Materialart

4.1.1. Die Grundlegende Methode

Kostenverläufe mit Minima können optimiert werden, indem man die *erste Ableitung* der den Kostenverlauf bestimmenden Formel bildet, diese *auf null setzt* und *ausrechnet*. Auf diese Art kommt man zu der folgenden Bestimmungsformel für die optimale Bestellmenge:

$$M_{opt_i} = \sqrt{\frac{2 \cdot V_i \cdot K_{B_i}}{q_i \cdot MGZ}}$$

Setzt man die Zahlen des Beispiels ein, so erhält man:

$$M_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot 850000 \cdot 300}{1,98 \cdot 0,21}} = 35022 \text{ Stück}$$

Dies stimmt mit den oben graphisch und tabellarisch gefundenen vorläufigen Ergebnissen überein.

Zudem kann festgestellt werden, daß der *eiserne Bestand* in der Bestellmengenformel *nicht vorkommt*. Auch dies harmoniert mit den oben gefundenen Ergebnissen, d.h., die Lagerkosten steigen zwar durch Einführung eines eisernen Bestandes an, aber das Minimum bleibt an der

selben Stelle liegen: der Graph der Gesamtkosten verschiebt sich lediglich senkrecht nach oben.

4.1.2. Optimale Bestellmenge bei festen Packungsgrößen

Diese Berechnungsmethode ist noch *recht realitätsfremd*, weil sie unrealistische Bestellmengen erbringt: welcher Großhandel verkauft uns schon 35.022 Stück? Das *Problem der festen Packungsgrößen im Einkauf* besteht darin, daß in der Regel nur bestimmte Mengen bestellt werden können, i.d.R. aber nicht diejenige Menge, die als optimale Bestellmenge ermittelt worden ist.

Eine einfache Lösung für dieses Problem besteht darin, zunächst die optimale Bestellmenge zu bestimmen und dann die Kosten aller benachbarten *möglichen* Packungsgrößen zu berechnen, und sich dann für das Optimum zu entscheiden.

Betrachten wir wieder die bekannten Ausgangsdaten:

Jahresverbrauch: $V_i = 850.000$ Stück/Jahr
 Bestellkosten: $K_B = 300,00$ €/Bestellvorgang
 Einkaufswert: $q_i = 1,98$ €/Stück
 MGZ: $(I+j) = 21,00\%$
 Eiserner Bestand: $EB_i = 0,00$ Stück/Jahr

Hierzu fügen wir nun eine zusätzliche Annahme hinzu:

Packungsgröße: $M_i = 10.000$ Stück/Jahr

Es können also nur Mengen geordert werden, die Vielfache von 10.000 Stück sind, also 10.000 Stück, 20.000 Stück, 30.000 Stück usw. Die der optimalen Bestellmenge von 35.022 Stück benachbarten Bestellmengen sind 30.000 und 40.000 Stück. Für diese beiden Bestellmengen werden die Kosten bestimmt:

M	K_E	K_L	=	K_{ges}
30.000 St	8.500,00 €	6.237,00 €	=	14.737,00 €
40.000 St	6.375,00 €	8.316,00 €	=	14.691,00 €

Hier ist es offensichtlich, daß es kostengünstiger ist, die 40.000 Stück zu bestellen.

4.1.3. Optimale Bestellmenge bei Rabatten und Skonti

Die Berechnungsmethode für feste Packungsgrößen eignet sich auch, um das *Problem der Rabatte und Skonti* in den Griff zu kriegen. Rabatte sind hier insbesondere Mengenrabatte und Barzahlungsnachlässe und Skonti sind Nachlässe für schnelle (aber nicht sofortige) Zahlung. Sie führen zu *Veränderungen der Größe q*, und zwar um so mehr je geringer der noch vorhandene Restbestand ist, denn dann ist die Änderung des Durchschnitts-, FIFO- oder LIFO-Wertes durch die gelieferte Materialmenge gravierender.

Modelltheoretisch entsteht nun für jeden Preis und damit für jeden Wert des Materials q eine *neue optimale Bestellmenge*. Die offensichtliche Lösungsstrategie besteht also darin, für jedes q ein eigenes M_{opt} zu berechnen und dann zu überprüfen, welche Menge die insgesamt optimale ist. Hierbei ist lediglich achtzugeben, daß die gefundenen

Bestellmengen M auch für Mengenbereiche angewandt werden, für die die jeweils zugrundeliegenden Preise auch wirklich gelten.

Betrachten wir wieder die bekannten Ausgangsdaten:

Jahresverbrauch: $V_i = 850.000$ Stück/Jahr
 Bestellkosten: $K_B = 300,00$ €/Bestellvorgang
 Einkaufswert: $q_i = 1,98$ €/Stück
 MGZ: $(l+j) = 21,00\%$
 Eiserner Bestand: $EB_i = 0,00$ Stück/Jahr

Diesen Annahmen fügen wir nun folgende *zusätzliche Annahmen* hinzu:

Preis ab 40.000 Stück: $q_i = 1,95$ €/Stück
 Preis ab 50.000 Stück: $q_i = 1,79$ €/Stück
 Preis ab 75.000 Stück: $q_i = 1,65$ €/Stück

Kann jede Menge bestellt werden, so ermitteln wir die Gesamtkosten für die optimale Bestellmenge, und für jede einzelne Rabattstufe:

M	K_E	K_L	=	K_{ges}
35.022 St	7.281,14 €	7.281,07 €	=	14.562,21 €
40.000 St	6.375,00 €	8.190,00 €	=	14.565,00 €
50.000 St	5.100,00 €	9.397,50 €	=	14.497,50 €
75.000 St	3.400,00 €	12.993,75 €	=	16.393,75 €

Hier ist offensichtlich die Inanspruchnahme der zweiten Rabattstufe und Überschreitung der eigentlichen optimalen Bestellmenge von 35.022 Stück auf 50.000 Stück geboten, weil hierdurch mit 14.497,50 € der absolut minimale Kostenwert erzielt werden kann.

Für jeden Rabattpreis ergibt sich eigentlich ein *vollständig neuer Kostenverlauf* und eine *neue optimale Bestellmenge*. Die untenstehende Auswertung zeigt alle hierbei noch entstehenden relevanten Werte.

Die beiden Berechnungsverfahren lassen sich auch *ausgezeichnet kombinieren*, indem man einfach alle Rabattstufen und alle hierin an die jeweiligen optimalen Bestellmengen angrenzenden Packungsgrößen abprüft, und sich dann für einen Optimalwert entscheidet. Auf diese Art kann die optimale Bestellmenge bei Rabatten im Einkauf

und zugleich bei festen Packungsgrößen bestimmt werden.

4.2. Das Andler'sche Verfahren bei mehreren Materialarten

Die Mengenplanung bei einer zu einem Zeitpunkt zu bestellenden Materialart ist *eigentlich trivial*, denn es genügt nachzusehen, ob der im Lager vorhandene Platz für die errechnete optimale Bestellmenge ausreicht. Wie verfährt man aber, wenn mehrere Materialarten gleichzeitig bestellt werden sollen, und der verfügbare Platz knapp ist, d.h., die optimale Bestellmenge u.U. nicht eingelagert werden kann?

4.2.1. Der Lagrange-Multiplikator

Grundsätzlich werden hierfür zwei *zusätzliche Größen* benötigt, um die die Bestellmengenformel erweitert werden muß: eine Variable, die den pro Stück erforderlichen Platz beschreibt, und eine Variable, die *alle Bestellmengenwerte gleichzeitig* reduziert.

Dies ist ein zentraler Gedanke: wird eine Materialart überhaupt nicht oder in einer weit unter der optimalen Bestellmenge liegenden Menge geordert, so führt dies zu einem *weit überproportionalen Kostenanstieg*; werden hingegen sämtliche Materialarten etwas reduziert, so ist der insgesamt resultierende Kostenanstieg viel kleiner als der für eine extrem geringe Menge (oder gar das völlige Fehlen einer Materialart).

$$M_{opt_{Lagrange}} = \sqrt[2]{\frac{2 \cdot V_i \cdot K_{B_i}}{q_i \cdot MGZ - 2 \cdot \lambda \cdot a_i}}$$

Man beachte, daß die den Platzbedarf enthaltende neue Größe a in dieser Version der Bestellmengenformel einen Index besitzt, also pro einzelne betrachtete Materialart verschieden ist, wohingegen λ keinen Index hat, also für alle i gleich ist. Jede Änderung von λ führt dabei zu einer Änderung *aller i zugleich*.

Die neue Größe λ ist ein sogenannter Lagrange-Multiplikator.

Eingabebereich:		Eingegebene Bestellmenge:		Bestelleinheitenbezogen:	
V_i	= 850.000,00 Stück	M_i	= 50.000,00 Stück	$M_i^{Opt_{real}}$	= 36.834,00 Stück
K_{B_i}	= 300,00 €	K_{iLag}	= 9.397,50 €	$K_{iLag_{min}}$	= 6.922,95 €
P_i	= 1,79 €	K_{iEin}	= 5.100,00 €	$K_{iEin_{min}}$	= 6.922,95 €
$L_{(i+j)}$	= 21,00%	K_{iGes}	= 14.497,50 €	$K_{iGes_{min}}$	= 13.845,90 €
E_{B_i}	= 0,00 Stück	$\emptyset Best$	= 25.000,00 Stück	$\emptyset Best$	= 18.417,00 Stück
M_i	= 50.000,00 Stück	H_{B_i}	= 50.000,00 Stück	H_{B_i}	= 36.834,00 Stück
Einheit	= 1,00 Stück	B_i	= 21,1765 Tage	B_i	= 15,6003 Tage
1 Jahr	= 360,00 Tage	$\emptyset LU_i$	= 17,0000 Mal	$\emptyset LU_i$	= 23,0765 Mal
Grafik vor	= 10.000,00 Stück	$\emptyset LD_i$	= 10,5882 Tage	$\emptyset LD_i$	= 7,8001 Tage
Grafik bis	= 58.000,00 Stück	$LD_{i,max}$	= 21,1765 Tage	$LD_{i,max}$	= 15,6003 Tage
<input checked="" type="radio"/> M opt <input type="radio"/> M	Bereich automatisch	Absolutes Gesamtkostenminimum bei M_i^{Opt} :		=	13.845,90 €
M_i^{Opt}	= 36.834,00 Stück	Bei FIFO gilt stets $\emptyset LD_i = LD_{i,max}$!			

Reicht der Platz in einem Lager, so kann gelten $\lambda = 0$, d.h., es verändert sich gar nichts, denn durch $\lambda = 0$ wird das ganze zusätzliche Glied null. Reicht der vorhandene Platz jedoch nicht, so gilt $\lambda < 0$, was in Verbindung mit dem Minuszeichen vor dem zusätzlichen Element den Nenner der Gleichung vergrößert, und damit das Ergebnis absenkt.

Daß λ hierbei als negativer Wert definiert ist, hat höchstens psychologische Gründe (negatives λ = Verringerung der Menge M_i). Mit einem Additionszeichen vor dem zusätzlichen Element und einem positiven λ würde es ebensogut gehen.

λ artikuliert in diesem Zusammenhang eine sogenannte *interdependente Restriktion*, d.h., eine Beschränkung (nämlich den Lagerplatz), die auf alle Variablen (Materialmengen) gleichzeitig wirkt.

4.2.2. Die iterative Ermittlung des Lagrange-Multiplikators

Da die neue Bestellmengenformel nicht nach λ umgestellt werden kann (keine Formel kann nach einem übergreifenden, für mehrere i gültigen Wert umgestellt werden!), brauchen wir ein *näherungsweise Lösungsverfahren*, um λ zu ermitteln. Dieses Näherungsverfahren ist *iterativ*, d.h., es ermittelt einen Wert durch „Probieren“ und mit jedem Schritt wird der gefundene Wert ein bißchen verbessert. Dieser Lösungsweg ist zwar theoretisch *äußerst aufwendig*, aber bei der Lösung mit Tabellenkalkulationsprogrammen ist dies offensichtlich ideal mit der *Zielwertsuche* zu lösen. In der Zeit vor dem Aufkommen von Computern waren solche Lösungswege in der Regel nur theoretisch möglich; heute gehören sie zum Standardumfang entsprechender Software und sind *problemlos zu programmieren*.

Betrachten wieder ein *Beispiel*, in dem wir das Problem mit Packungsgrößen oder Rabatten und anderen Preisnachlässen zunächst ignorieren wollen. Für zwei Produkte gelten folgende Werte:

Jahresverbrauch: $V_1 = 32.500$ Stück/Jahr
 $V_2 = 66.500$ Stück/Jahr
 Bestellkosten: $K_{B1} = 450,00$ €/Bestellvorgang
 $K_{B2} = 600,00$ €/Bestellvorgang
 Einkaufswert: $q_1 = 16,23$ €/Stück
 $q_2 = 9,85$ €/Stück
 Eiserner Bestand: $EB_1 = 0,00$ Stück/Jahr
 $EB_2 = 0,00$ Stück/Jahr
 Platzbedarf: $a_1 = 0,6$ m²/Stück
 $a_2 = 0,88$ m²/Stück

Für beide Materialarten gilt ferner:

MGZ: $(I+j) = 21,00\%$

Insgesamt steht ein *Lagerraum von 5000 m²* zur Verfügung. Beide Materialarten müssen bestellt werden, um einen Produktionsstillstand zu vermeiden.

Berechnet man die *optimale Bestellmenge* mit der herkömmlichen Formel, und ermittelt man sodann den erforderlichen Platzbedarf, so erhält man:

Material	M_{opt}	a
1	2.930 Stück	1757,40 m ²
2	6.211 Stück	<u>5465,68 m²</u>
Summe		7223,08 m²

Der vorhandene Platz reicht offensichtlich nichteinmal, nur die zweite Materialart zu lagern; dennoch sind aber zur Produktion beide Materialarten unbedingt erforderlich!

Durch Einsetzen verschiedener λ -Werte kann man nun die Bestellmengen *simultan*, d.h., insgesamt kostenminimal so erhöhen, daß man sich an das gegebene Platzlimit „herantastet“. Setzt man zunächst (oberste Zeile) einen Wert von $\lambda = 0$ ein, so erhält man genau das zuvor schon erreichte Ergebnis. Mit jedem neuen λ -Wert wird der Gesamtplatzbedarf aber *kleiner*:

λ	M_{opt_1}	M_{opt_2}	a_{gesamt}
0	2.930 St	6.211 St	7223,08 m ²
-0,5	2.701 St	5.202 St	6.198,36 m ²
-1,0	2.519 St	4.565 St	5.525,60 m ²
-1,5	2.369 St	4.116 St	5.043,48 m ²
-1,6	2.342 St	4.041 St	4.961,28 m ²
-1,55	2.356 St	4.078 St	5.002,24 m ²
-1,555	2.354 St	4.075 St	4.998,40 m ²
-1,5535	2.355 St	4.076 St	4.999,88 m ²

Bei einem λ von -1,5535 ergibt sich also bei einer Bestellmenge von $M_1 = 2.355$ Stück und $M_2 = 4.076$ Stück ein Platzbedarf von gerade unter 5.000 m². Die hierdurch entstehenden Kosten sind zwar insgesamt höher als beim eigentlichen optimalen Bestellmengenwert für beide Materialarten, aber minimal *unter den Voraussetzungen der vorliegenden Restriktionen*.

Während diese Methode für Benutzer von Taschenrechnern beiweitem zu aufwendig ist, verfügen Tabellenkalkulationsprogramme i.d.R. über eine Zielwertsuchfunktion, die „intelligent“ in die „richtige Richtung probiert“ und so λ ermitteln kann.

Die hier demonstrierte Methode liefert im Beispiel selbst dann noch eine Lösung, wenn bei Bestellung der optimalen Bestellmenge eine Materialart überhaupt nicht mehr ins Lager passen würde.

4.2.3. Mehrere Materialarten mit Packungsgrößen und Skonti

4.2.3.1. Das grundsätzliche Lösungsverfahren

Die vorstehend dargestellte Lösung hat wieder die Eigenschaft, *nicht realistisch* zu sein, denn wo kann man schon 2.355 Stück und 4.076 Stück bestellen?

Wir brauchen also einen Lösungsweg, der *Packungsgrößen* (und möglichst auch *Rabatte* und sonstige *Preisnachlässe*) in der in Kapitel 4.2 und 4.3 dargestellten Art und Weise berücksichtigt.

Grundgedanke ist hierbei, genau wie schon zuvor, daß wir alle den für alle Materialarten ermittelten optimalen Bestellmengen benachbarten Grenzwerte abprüfen, und dann die *Mengenkombinationen* ermitteln, die überhaupt

ins Lager passen würden. Aus diesen „möglichen“ Kombinationen wählen wir dann die kostenminimale aus.

Was so einfach klingt, ist jedoch mit einem *erheblichen Rechenaufwand* verbunden, denn hier entsteht eine Variante des Ganzzahligkeitsproblems mit einer u.U. gewal-

tig ansteigenden Zahl möglicher Variationen, die auch die gegenwärtig beste Rechentechnik noch *beiwertem überfordert*.

Betrachten wir auch hierzu ein kleines Beispiel, das das Problem in einem handhabbarem Rahmen demonstriert:

Materialarten:	Rohstoff 1	Rohstoff 2	Rohstoff 3	Rohstoff 4
Jahresbedarf:	40000 Stück	65000 Stück	25000 Stück	100000 Stück
Bestellkosten:	110,00 €	25,00 €	80,00 €	10,00 €
Einstandspreis:	8,95 €	16,55 €	4,00 €	1,99 €
Platzbedarf:	0,140 m ²	0,223 m ²	0,085 m ²	0,068 m ²
Packungsgröße:	100 Stück	250 Stück	50 Stück	500 Stück
Eiserner Bestand:	500 Stück	200 Stück	750 Stück	2000 Stück

Für vier Rohstoffe gemeinsam gilt ein Zins- und Lagerkostensatz von 20%. Insgesamt steht ein Lagerraum von 800 m² zur Verfügung. Alle Rohstoffe müssen gleichzeitig bestellt werden. Vereinfachend gehen wir auch von

gleichzeitiger Lieferung aus (etwa durch ein- und denselben Großhändler). Das Jahr rechnen wir wieder (wie schon zuvor) mit 360 Tagen. Welche Bestellmengenkombinationen sind möglich?

1.	↓↓↓↓	1300 Stück	500 Stück	1150 Stück	500 Stück	739,600 m ²	ok
2.	↓↓↓↑	1300 Stück	500 Stück	1150 Stück	1000 Stück	773,600 m ²	ok
3.	↓↓↑↓	1300 Stück	500 Stück	1200 Stück	500 Stück	743,850 m ²	ok
4.	↓↓↑↑	1300 Stück	500 Stück	1200 Stück	1000 Stück	777,850 m ²	ok
5.	↓↑↓↓	1300 Stück	750 Stück	1150 Stück	500 Stück	795,350 m ²	ok
6.	↓↑↓↑	1300 Stück	750 Stück	1150 Stück	1000 Stück	829,350 m ²	unmöglich
7.	↓↑↑↓	1300 Stück	750 Stück	1200 Stück	500 Stück	799,600 m ²	ok
8.	↓↑↑↑	1300 Stück	750 Stück	1200 Stück	1000 Stück	833,600 m ²	unmöglich
9.	↑↓↓↓	1400 Stück	500 Stück	1150 Stück	500 Stück	753,600 m ²	ok
10.	↑↓↓↑	1400 Stück	500 Stück	1150 Stück	1000 Stück	787,600 m ²	ok
11.	↑↓↑↓	1400 Stück	500 Stück	1200 Stück	500 Stück	757,850 m ²	ok
12.	↑↓↑↑	1400 Stück	500 Stück	1200 Stück	1000 Stück	791,850 m ²	ok
13.	↑↑↓↓	1400 Stück	750 Stück	1150 Stück	500 Stück	809,350 m ²	unmöglich
14.	↑↑↓↑	1400 Stück	750 Stück	1150 Stück	1000 Stück	843,350 m ²	unmöglich
15.	↑↑↑↓	1400 Stück	750 Stück	1200 Stück	500 Stück	813,600 m ²	unmöglich
16.	↑↑↑↑	1400 Stück	750 Stück	1200 Stück	1000 Stück	847,600 m ²	unmöglich

4.2.3.2. Bestimmung der möglichen Lösungen

Es wird zunächst ein $\lambda = -12,1699792$ ermittelt. Bei der Bestellmengenrechnung mit und ohne λ ergeben sich die in der unteren Tabelle dargestellten Bestellmengenwerte. Für jeden Rohstoff werden nunmehr zwei „benachbarte“ mögliche, d.h., tatsächlich bestellbare Packungsgrößen betrachtet. Hierbei legen wir natürlich die λ -Bestellmenge zugrunde, also den durch die Lagrange-Rechnung verminderten Wert, der ohne Beachtung der Packungsgröße eigentlich bestellt werden müßte, um den Lagerplatz optimal auszunutzen.

Dies enthält jedoch ein *zusätzliches Problem*: Die Lagrange-Rechnung kennt weder Packungsgrößen noch Preisnachlässe. Sie liefert *theoretisch exakte Werte*. Fügt man die Packungsgrößen hinzu, so können aber auch Mengen-

kombinationen entstehen, die unmöglich sind, weil der verfügbare Platz überschritten würde. Man muß also die theoretisch möglichen Mengenkombinationen auf Platzbedarf abtesten!

Der unter der jeweiligen optimalen Bestellmenge liegende Wert ist mit einem ↑ gekennzeichnet, und der jeweils unter der optimalen Bestellmenge mit einem ↓:

Nr.	Packung	↑-Wert	M_{opt}	↓-Wert
1	100 Stück	2.200 Stück	2.217 Stück	2.300 Stück
2	250 Stück	750 Stück	991 Stück	1.000 Stück
3	50 Stück	2.200 Stück	2.236 Stück	2.250 Stück
4	500 Stück	2.000 Stück	2.242 Stück	2.500 Stück

Bei vier Rohstoffen ergibt sich somit die vorstehende Tabelle mit 16 Zeilen.

M_{opt} normal:	2217,251 Stück	990,895 Stück	2236,068 Stück	2241,679 Stück
Platz inkl. EB:	380,415 m ²	265,570 m ²	253,816 m ²	288,434 m ²
M_{opt} Lagrange:	1301,188 Stück	609,874 Stück	1180,790 Stück	986,979 Stück
Platz inkl. EB:	252,166 m ²	180,602 m ²	164,117 m ²	203,115 m ²

Materialart:	Rohstoff 1	Rohstoff 2	Rohstoff 3	Rohstoff 4	Summe	Möglich
Mopt Lagrange: 1301,188 Stück	609,874 Stück	1180,790 Stück	986,979 Stück			
Oberer Grenzw	1400 Stück	750 Stück	1200 Stück	1000 Stück		
Unterer Grenzw	1300 Stück	500 Stück	1150 Stück	500 Stück		
1. ↓↓↓↓	5.443,12 €	4.739,50 €	2.799,13 €	2.895,50 €	15.877,25 €	15.877,25 €
2. ↓↓↓↑	5.443,12 €	4.739,50 €	2.799,13 €	1.995,00 €	14.976,75 €	14.976,75 €
3. ↓↓↑↓	5.443,12 €	4.739,50 €	2.746,67 €	2.895,50 €	15.824,78 €	15.824,78 €
4. ↓↓↑↑	5.443,12 €	4.739,50 €	2.746,67 €	1.995,00 €	14.924,28 €	14.924,28 €
5. ↓↑↓↓	5.443,12 €	4.069,92 €	2.799,13 €	2.895,50 €	15.207,66 €	15.207,66 €
6. ↓↑↓↑	5.443,12 €	4.069,92 €	2.799,13 €	1.995,00 €	14.307,16 €	
7. ↓↑↑↓	5.443,12 €	4.069,92 €	2.746,67 €	2.895,50 €	15.155,20 €	15.155,20 €
8. ↓↑↑↑	5.443,12 €	4.069,92 €	2.746,67 €	1.995,00 €	14.254,70 €	
9. ↑↓↓↓	5.290,86 €	4.739,50 €	2.799,13 €	2.895,50 €	15.724,99 €	15.724,99 €
10. ↑↓↓↑	5.290,86 €	4.739,50 €	2.799,13 €	1.995,00 €	14.824,49 €	14.824,49 €
11. ↑↓↑↓	5.290,86 €	4.739,50 €	2.746,67 €	2.895,50 €	15.672,52 €	15.672,52 €
12. ↑↓↑↑	5.290,86 €	4.739,50 €	2.746,67 €	1.995,00 €	14.772,02 €	14.772,02 €
13. ↑↑↓↓	5.290,86 €	4.069,92 €	2.799,13 €	2.895,50 €	15.055,40 €	
14. ↑↑↓↑	5.290,86 €	4.069,92 €	2.799,13 €	1.995,00 €	14.154,90 €	
15. ↑↑↑↓	5.290,86 €	4.069,92 €	2.746,67 €	2.895,50 €	15.002,94 €	
16. ↑↑↑↑	5.290,86 €	4.069,92 €	2.746,67 €	1.995,00 €	14.102,44 €	

4.2.3.3. Ermittlung des Kostenminimums

Für alle *möglichen* Bestellmengenkombinationen, also die, die auf der vorstehenden Seite mit einem „ok“ gekennzeichnet worden waren, ermitteln wir nunmehr die Bestell- und die Lagerkosten. Hierdurch findet sich der

minimale Kostenwert von 14.772,02 €. Dieser Kostenminimalwert ermöglicht die untenstehende Auswertung, d.h., anstelle der eigentlichen optimalen Bestellmengen werden nunmehr die gefundenen packungsgrößenkonformen Realbestellungen gesetzt:

Materialarten:	Rohstoff 1	Rohstoff 2	Rohstoff 3	Rohstoff 4
Tats. BestMenge:	1400,000 Stück	500,000 Stück	1200,000 Stück	1000,000 Stück
Platzbedarf:	266,000 m ²	156,100 m ²	165,750 m ²	204,000 m ²
Ø-Bestand:	1200,000 Stück	450,000 Stück	1350,000 Stück	2500,000 Stück
Höchstbestand:	1900,000 Stück	700,000 Stück	1950,000 Stück	3000,000 Stück
Lagerumschlag:	21,0526 Mal	92,8571 Mal	12,8205 Mal	33,3333 Mal
Ø-LD:	8,5500 Tage	1,9385 Tage	14,0400 Tage	5,4000 Tage
LD _{max} :	17,1000 Tage	3,8769 Tage	28,0800 Tage	10,8000 Tage
Bestellintervall:	12,6000 Tage	2,7692 Tage	17,2800 Tage	3,6000 Tage
Einkaufskosten:	3.142,86 €	3.250,00 €	1.666,67 €	1.000,00 €
Lagerkosten:	2.148,00 €	1.489,50 €	1.080,00 €	995,00 €
Kostensumme:	5.290,86 €	4.739,50 €	2.746,67 €	1.995,00 €
	19,890 €/m ²	30,362 €/m ²	16,571 €/m ²	9,779 €/m ²

Hierbei ergibt sich insgesamt ein Lagerplatzbedarf von 447,5 m². Rechnet man den noch vorhandenen eisernen Bestand mit, so werden 791,85 m² Lagerraum belegt, und es bleibt ein restlicher freier Platz von 8,15 m². Die minimalen möglichen Kosten betragen 18,665 €/m².

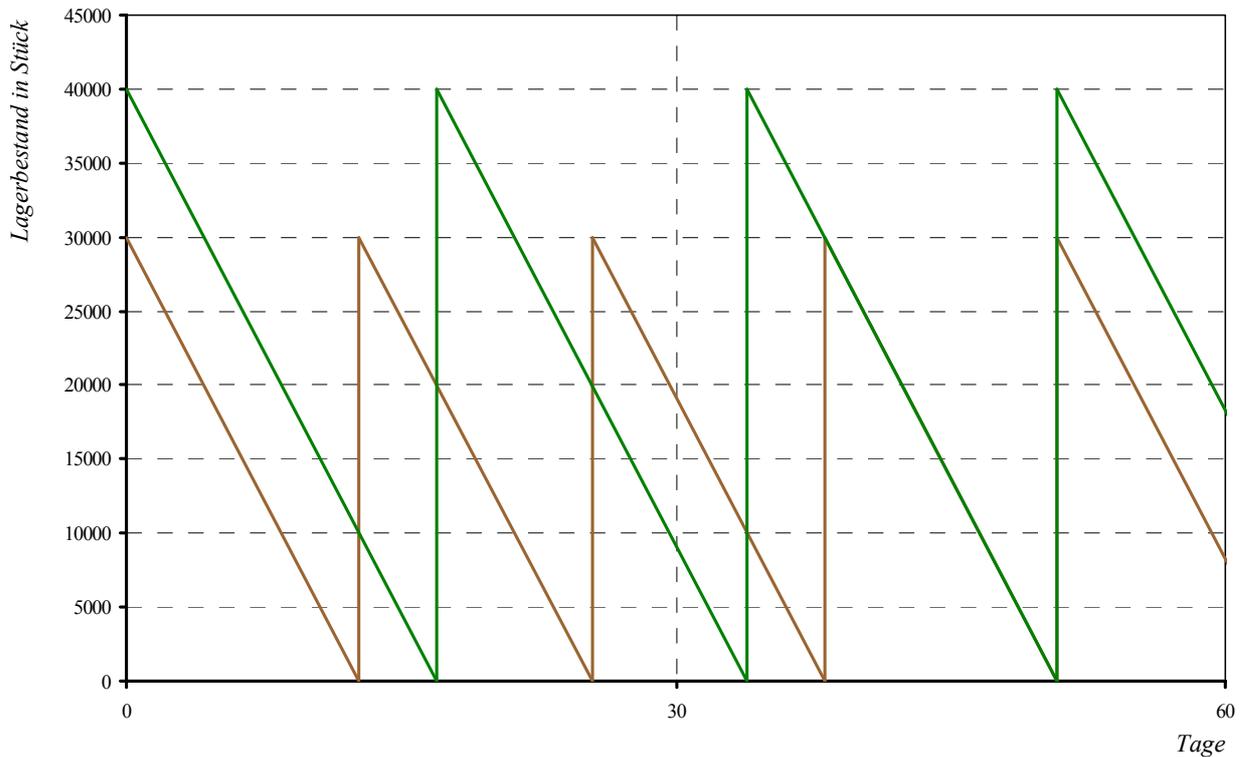
Die demonstrierte Methode kann analog auch für Skonti und Preisnachlässe angewandt werden, indem einfach die für die jeweils betrachteten Bestellmengen die jeweils relevanten Preise eingesetzt werden, und zusätzlich alle Rabattstaffeln betrachtet werden.

Dieses Verfahren hat den *Vorteil*, ein absolutes Kostenminimum auffinden zu können, aber den *Nachteil*, u.U. *extrem rechenaufwendig* zu sein. Steigt die Anzahl der simultan zu planenden Materialarten, so wächst die Anzahl der erforderlichen Rechenschritte gewaltig an. Ein Beispiel wird dies eindrucksvoll illustrieren:

Materialarten mögliche Mengenkombinationen

1	1
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
8	128
10	1.024
12	4.096
16	65.536
24	16.777.216
32	4.294.967.296
100	1.267.650.600.228.229.401.496.703.205.376

Es ist offensichtlich, daß dies auch die Leistung der besten Computer schnell sprengen kann.



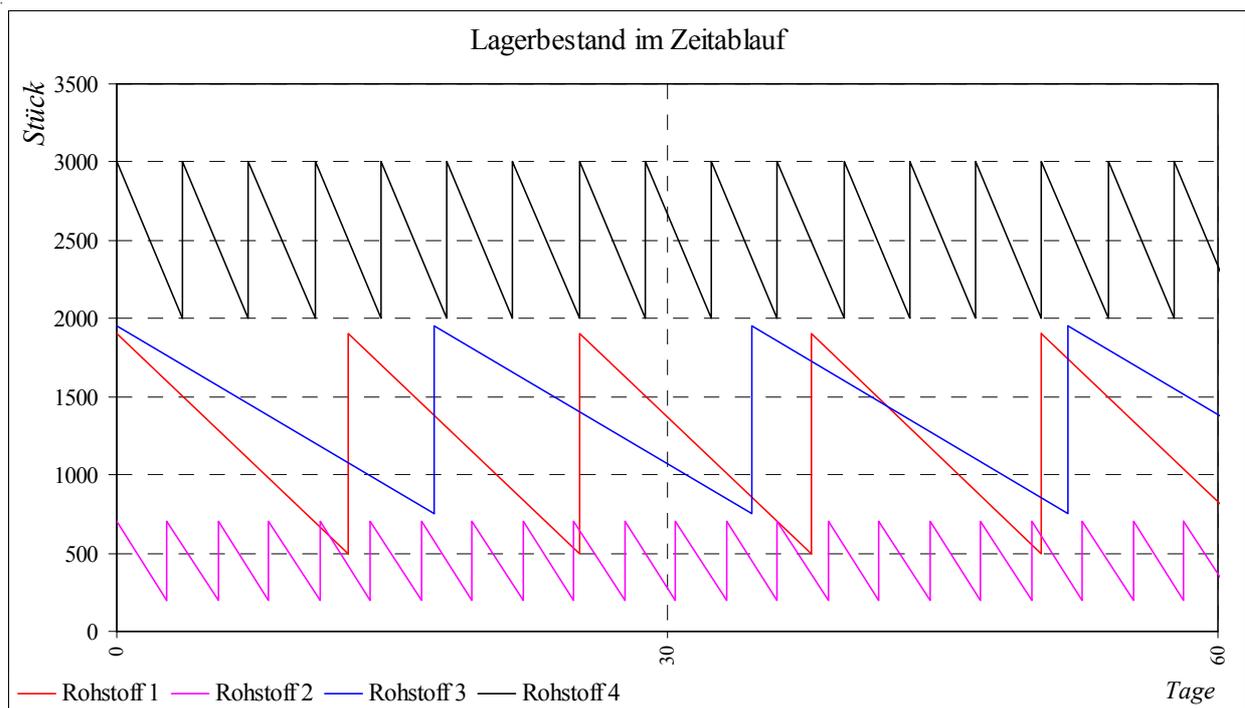
4.2.4. Lagrange und Bestellrhythmusplanung

Ein möglicher Lösungsansatz zu dem Problem mit der zu großen Anzahl an Vergleichsvorgängen besteht in dem Umstand, daß nicht immer alle Materialarten verglichen werden müssen, sondern immer nur die, die zu einem gegebenen Zeitpunkt gleichzeitig bestellt werden müssen, d.h., nur *bestellrhythmusgleiche* oder sonst *synchrone* Materialarten.

Legt man beispielsweise keinen eisernen Bestand und eine konstante Entnahme etwa durch eine gleichmäßig ablaufende Produktion zugrunde, so zeigt die oben dargestellte Bestandsgrafik, daß zwar zu Beginn (Zeitpunkt 0)

eine Lagrange-Rechnung erforderlich sein könnte, weil beide Materialarten *gleichzeitig* geliefert werden sollen. Die nächsten Bestelltermine sind jedoch *nicht synchron*, d.h., die Bestellungen passieren zu *unterschiedlichen Zeitpunkten*. Damit ist bei der Bestellung eines Materials der zum Lieferzeitpunkt freie Lagerraum eine gegebene Größe und nicht Gegenstand der Lagrange-Rechnung, so daß die vorhandenen, und nicht zum selben Zeitpunkt bestellten Materialarten *nicht Gegenstand der Optimierungsrechnung* sind.

Erst nach ca. 50 Tagen tritt wieder eine Synchronität in der Weise auf, daß die Lieferzeitpunkte der beiden Materialarten sich genau decken.



Die auf der vorstehenden Seite unten gezeigte Lagerverlaufsgrafik für das vorstehende Beispiel mit den vier Rohstoffen zeigt, daß Bestellrhythmusynchronität in der Praxis *nicht sehr häufig* ist, so daß die Anzahl der simultan zu rechnenden Materialarten oft viel kleiner ist als die Gesamtanzahl der gelagerten Materialarten.

4.3. Die Lösung in Excel

Verwenden Sie parallel zu dem vorliegenden Skript die Excel-Lösungsverfahren, um die mit diesem Skript erworbenen Kenntnisse zu vertiefen. Hierfür sollten Sie folgende Voraussetzungen erfüllen:

- Microsoft® Excel® 97, 2000, XP oder 2003;
- Grundkenntnisse in *Excel-Arbeitsblattformeln*;
- Kenntnisse in *VisualBASIC*, weil die meisten Auswertungsalgorithmen insbesondere in der Lagrange-rechnung als Makros ausgeführt sind.

Alle Excel-Beispiele sind passwortgeschützt; Kunden der BWL CD werden die Passwörter beim Kauf der CD oder auf Anforderung jederzeit später zur Verfügung gestellt.

Die Excel-Lösung dient lediglich der Aus- und Fortbildung; für eine reale Anwendung muß i.d.R. auf eine Datenbankanbindung und eine Software wie SAP oder Navision zurückgegriffen werden.

5. Bestellmengenrechnung nach Wagner und Whitin

5.1. Die Grundannahmen

5.1.1. Kürzere Perioden

Der Ansatz nach Wagner/Whitin geht nicht von einem Jahr, sondern von mehreren, aufeinanderfolgenden *kürzeren Perioden* wie etwa *Wochen* aus. Damit wird ein *endlicher Zeithorizont* angenommen. Was darauf folgt, bleibt *ohne Beachtung*. Die letzte betrachtete Periode wird als *Horizont* bezeichnet.

Der Bedarf kann - im *Unterschied zu Andler* - von Periode zu Periode *unterschiedlich* sein. Die stark vereinfachende Beschränkung durch die Annahme eines ex ante bekannten Jahresbedarfes bei Andler wird damit *durchbrochen*. Das ist insbesondere ein großer Vorteil, wenn der tatsächliche Bedarf *stark schwankt*; bei im wesentlichen konstantem Bedarf sind meist beide Verfahren gleichermaßen gut geeignet.

5.1.2. Der Weg zum Horizont

Kerngedanke des Verfahrens ist, den *kostengünstigsten Weg bis zum Horizont* zu finden, wobei jede mögliche Kombination von Losgrößen betrachtet wird. Die Zahl

Simultane Bestellmengenplanung für mehrere Materialarten
 unter Berücksichtigung von Packungsgrößen
 Eingabeseite und betriebswirtschaftliche Gesamtauswertung
 Version 2.12 © H. Zingel 1999-2001 - EMail: H.Zingel@aol.com - Internet: http://www.zingel.de

Materialarten:	Rohstoff 1	Rohstoff 2	Rohstoff 3	Rohstoff 4
Jahresbedarf:	40000 Stück	65000 Stück	25000 Stück	100000 Stück
Bestellkosten:	110,00 €	25,00 €	80,00 €	10,00 €
Einstandspreis:	8,95 €	16,55 €	4,00 €	1,99 €
Platzbedarf:	0,140 m ²	0,223 m ²	0,085 m ²	0,068 m ²
Packungsgröße:	100 Stück	250 Stück	50 Stück	500 Stück
Eiserner Bestand:	500 Stück	200 Stück	750 Stück	2000 Stück

Σ Platzbedarf:	1188,235 m ²	Mopt normal:	2217,251 Stück	990,895 Stück	2236,068 Stück	2241,679 Stück
Platz inkl. EB:	380,415 m ²	Platz inkl. EB:	380,415 m ²	265,570 m ²	253,816 m ²	288,434 m ²
Σ Platzbedarf:	800,000 m ²	Mopt Lagrange:	1301,188 Stück	609,874 Stück	1180,790 Stück	986,979 Stück
		Platz inkl. EB:	252,166 m ²	180,602 m ²	164,117 m ²	203,115 m ²

Materialarten:	Rohstoff 1	Rohstoff 2	Rohstoff 3	Rohstoff 4
Tats. BestMenge:	1400,000 Stück	500,000 Stück	1200,000 Stück	1000,000 Stück
Platzbedarf:	266,000 m ²	156,100 m ²	165,750 m ²	204,000 m ²
Ø-Bestand:	1200,000 Stück	450,000 Stück	1350,000 Stück	2500,000 Stück
Höchstbestand:	1900,000 Stück	700,000 Stück	1950,000 Stück	3000,000 Stück
Lagerumschlag:	21,0526 Mal	92,8571 Mal	12,8205 Mal	33,3333 Mal
Ø-LD:	8,5500 Tage	1,9385 Tage	14,0400 Tage	5,4000 Tage
LDmax:	17,1000 Tage	3,8769 Tage	28,0800 Tage	10,8000 Tage
Bestellintervall:	12,6000 Tage	2,7692 Tage	17,2800 Tage	3,6000 Tage
Einkaufskosten:	3.142,86 €	3.250,00 €	1.666,67 €	1.000,00 €
Lagerkosten:	2.148,00 €	1.489,50 €	1.080,00 €	995,00 €
Kostensumme:	5.290,86 €	4.739,50 €	2.746,67 €	1.995,00 €
	19,890 €/m ²	30,362 €/m ²	16,571 €/m ²	9,779 €/m ²

OPTIMALE ALTERNATIVE 12:
 (kostengünstigste Variante)
 Platzbedarf Bestellg: 477,500 m²
 Platzbedarf mit EB: 791,850 m²
 Restl. Lagerraum: 8,150 m²
 Automatisch optimale Alternative wählen
 Manuelle Auswahl einer Alternative
 Kostensumme: 14.772,02 €
 18,655 €/m²

Nur blaue Zahlen eingeben. Dimensionen nicht mit eintippen. Klicken Sie nach jeder Änderung auf »Berechnen!«

der zu betrachtenden Alternativen wächst damit *weit überproportional*, so daß, ähnlich wie in der mehrdimensionalen Bestellmengenrechnung mit dem Lagrange-Multiplikator und knappem Lagerraum, auch hier *sehr komplexe Berechnungen* entstehen können. Kürzt man die Zahl der Perioden, um die Komplexität der Rechnung zu vermindern, sinken die *Genauigkeit* und die *Qualität der Optimierung*.

Die günstigste Kombination aller betrachteten Möglichkeiten wird gewählt. Das läßt sich am einfachsten mit einem *Beispiel* demonstrieren. Der Bedarf in vier aufeinanderfolgenden Perioden, z.B. Wochen, sei wie folgt festgestellt worden:

Periode:	1	2	3	4
Bedarf:	80 Stück	120 Stück	100 Stück	60 Stück

5.1.3. Erforderliche Basisdaten

Wie bei Andler müssen folgende Größen *vorher bekannt* sein:

- *Bestellkosten* für einen Bestellvorgang,
- der *Wert pro Stück*, i.d.R. die *Anschaffungskosten* im handels- oder steuerrechtlichen Sinne und
- ein *konstanter Lagerkostensatz* für die Kosten der Lagerhaltung, der als Material-Gemeinkostensatz aus der Kostenrechnung stammt. Dieser Zuschlagssatz bezieht sich hier aber auch die betrachtete Periode, also beispielsweise die Woche oder den Monat.

Die Datenbasis deckt sich damit mit der andler'schen Methode und ist *unproblematisch*.

Dem Verfahren liegen folgende *Annahmen* zugrunde:

- Das Lager wird unmittelbar, ohne Zeitverzug, und ohne Zusatzkosten, wieder auf die jeweilige Lagermenge aufgefüllt, sobald der Vorrat aufgebraucht ist;
- Die Bestellung kann nur eine *Zusammenfassung von Wochenbedarfen* sein. *Zwischengrößen* sind nicht zulässig, was zu Problemen mit Packungsgrößen führen kann, und;
- Bestellmengen stehen zu *Beginn der Periode* zur Verfügung, was eine *exakte Terminierbarkeit* erfordert.

5.1.4. Das Kernproblem

Die Fragestellung ist dann, wie der Bedarf der einzelnen Wochen so zu Bestellungen zusammengefaßt werden sollte, daß die *Gesamtkostensumme über den Gesamtzeitraum* minimal ist.

Wie die unterschiedlichen Wochenbedarfe zu Bestellungen gebündelt werden, hängt von den Daten ab: Sind die *Lagerkosten* hoch, wird *oft bestellt* (und *wenig gelagert*). Sind dagegen die *Bestellkosten* hoch, wird möglichst *viel auf einmal bestellt* und *dann gelagert*. Zwischenstrategien, die nur einige Perioden bündeln, sind *möglich* und meist *kostengünstiger*.

Der Kostenverlauf zwischen den möglichen Extremverhaltensweisen („nur eine Bestellung“ bzw. „jede Wo-

che bestellen“) ist jedoch *diskontinuierlich* und *unregelmäßig*. Eine Lösung im Wege der Differential- bzw. Integralrechnung ist daher *nicht möglich*.

5.2. Eine Musterlösung

5.2.1. Die Lösungstabelle

Da es schwierig ist, alle möglichen Kombinationen aufzuführen, muß man die betrachteten möglichen Bestellzeitpunkte in einem laufenden Planungshorizont, der die Bestellbündelung zum Ausdruck bringt, in einer *Tabelle* gegenüberstellen. In dieser Tabelle werden die jeweiligen *alternativen Politiken*, d.h. entweder die Perioden-Bedarfe als Wochenbestellungen einzeln zu befriedigen oder zu Gesamtbestellungen zu bündeln, *aufgelistet* und die *kostengünstigste Alternative* wird *ausgewählt*.

Wir nehmen aufgrund des oben dargestellten Bedarfes für vier Wochen das exemplarisch mit folgenden Planzahlen an:

- die *Anschaffungskosten* des Artikels seien 30 €/Stück,
- die *Bestellkosten* 120 €/Bestellung und
- die Lagerkosten betragen $L = 3\%$ pro Woche (!), was also aus dem Material-Gemeinkostenzuschlag erst zu bestimmen wäre.

In der Tabelle werden die *Zeitpunkte der Beschaffung* den *Zeitpunkten des Planungshorizonts* gegenübergestellt. Begonnen wird mit dem Beschaffungszeitpunkt $i = 1$. Nacheinander können die Planungszeitpunkte $j = 1, 2, 3, 4$ durchgegangen und dafür *alternative Bestelloptionen* zusammenstellen werden:

Periode:	1	2	3	4	
Bedarf:	80 Stück	120 Stück	100 Stück	60 Stück	
Zeitpunkt	1	120 €	228 €	408 €	570 €
	2		240 €	330 €	438 €
	3			348 €	402 €
	4				450 €
K_{min} :	120 €	228 €	330 €	402 €	

5.2.2. Der Rechenweg am Beispiel

- Wird nun der Planungszeitpunkt $j = 1$ betrachtet, so ist die Bestellung zum Zeitpunkt 1 gleich dem Bedarf in Periode 1, also gleich 80 Stück. Kosten fallen dafür als Bestellkosten von 120 € an.

Werden dagegen die Planungszeitpunkte $j = 2, 3$ oder 4 betrachtet, so beträgt die Bestellung für die Bedarfsperiode $i = 1$ die *Summen der Bedarfe bis zum Planungszeitpunkt j*, also 200 Stück, 300 Stück oder 360 Stück. Die Lagerkosten entstehen dann wie folgt:

- Planungszeitpunkt $j = 2$: Die Menge von 120 wird eine Periode lang gelagert. Es entstehen Kosten wie folgt: $K_{ges} = 1 \cdot 120 \cdot K_{var} \cdot L = 108 \text{ €}$. $K_{ges} = 120 + 108 = 228 \text{ €}$.
- Planungszeitpunkt $j = 3$: Die Menge von 100 wird zwei Perioden lang gelagert. Kosten dafür zusätzlich

$$= 2 \cdot 100 \cdot K_{var} \cdot L = 180 \text{ €}. K_{ges} = 120 + 108 + 180 = 408 \text{ €}.$$

- Planungszeitpunkt $j = 4$: Die Menge von 60 wird drei Perioden lang gelagert. Kosten dafür zusätzlich $= 3 \cdot 60 \cdot K_{var} \cdot L = 162 \text{ €}$. $K_{ges} = 120 + 108 + 180 + 162 = 570 \text{ €}$.

Diese vier Strategien stehen für Bedarfsmengen zum Fertigungszeitpunkt $i = 1$ grundsätzlich zur Auswahl. Wird zusätzlich zu diesen vier Strategien in Fertigungszeitpunkt $i = 2$ eine Bedarfsmeldung geschrieben, so hat diese Bestellung auf der günstigsten Strategie der Vorgängerperiode zum Planungszeitpunkt $i = 1$ aufzusetzen, deren Kosten minimal sind und die mit $K_{min}(1)$ bezeichnet werden. Da für diesen Zeitpunkt nur eine Strategiealternative zur Verfügung steht, ist $K_{min}(1) = 120 \text{ €}$.

Im Fertigungszeitpunkt $i = 2$ sind wiederum alle Bestellmengenkombinationen zur Zusammenfassung der Bedarfe durchzugehen: Bedarf für $j = 2$, also 120 Stück, für $j = 2$ und 3, also 220 Stück, für $j = 2, 3$ und 4, also 280 Stück. Für diese Bedarfe sind die Bestellkosten von 120 Stück und die jeweiligen Lagerkosten, sowie die Kosten für die beste Politik des vorhergehenden Bedarfszeitpunkt $i = 1$ zusammenzufassen:

- Planungszeitpunkt $j = 2$: Die Menge von 120 wird produziert. Bestellkosten dafür $= 120 \text{ €}$. $K_{ges} = K_{min}(1) + 120 = 240 \text{ €}$.
- Planungszeitpunkt $j = 3$: Die Menge von 100 wird eine Periode lang gelagert. Kosten dafür zusätzlich $= 1 \cdot$

$$100 \cdot K_{var} \cdot L = 90 \text{ €}. K_{ges} = K_{min}(1) + 120 + 90 = 330 \text{ €}.$$

- Planungszeitpunkt $j = 4$: Die Menge von 60 wird zwei Perioden lang gelagert. Kosten dafür zusätzlich $= 2 \cdot 60 \cdot K_{var} \cdot L = 108 \text{ €}$. $K_{ges} = K_{min}(1) + 120 + 90 + 108 = 438 \text{ €}$.

5.2.3. Die Auswertung der Ergebnisdaten

Die Tabelle auf der vorstehenden Seite stellt die *Kosten für die verschiedene Strategien* zusammen. Informationen über die optimale Bestellpolitik sind aus den Daten des Horizonts zu erhalten. Hier ist nach der *kosten-günstigsten Alternative* zu suchen. Diese ist dann das *Kostenminimum für den gesamten Planungszeitraum*. Die Losauflagenstrategien der vorhergehenden Zeitpunkte sind durch Rückwärtsrekursion zu bestimmen.

Die beste, d.h. kostenminimale Politik zum Endzeitpunkt $j = 4$ ist die Alternative mit den Kosten 402 €. Diese verweist auf den *Beschaffungszeitpunkt $i = 3$* . Die Kosten von 402 € entstehen durch die Zusammenfassung des Bedarfs der Periode 3 und 4 zu einer Gesamtbestellung von 160 Stück. Damit ist die optimale Politik für die Perioden 3 und 4 *bereits gefunden*.

Es folgt die Ermittlung der übrigen, d.h. weiter zurückliegenden Perioden. In der Planungsperiode $j = 2$ betragen die Kosten der besten Politik 228 €. Dieses Kostenminimum weist auf den *Beschaffungszeitpunkt $i = 1$* hin. Die Kosten sind durch Zusammenfassung der Perioden 1 und 2 entstanden. Dies bedeutet, daß der Bedarf der

Microsoft Excel - Wagner-Whitin.xls									
Wagner/Whitin-Algorithmus in der Materialwirtschaft									
Beschaffungs- und Losgrößenplan bei schwankendem Bedarf									
Version 1.0 © Harry Zingel 2003, Internet: http://www.zingel.de , EMail: HZingel@aol.com									
Konstanten:									
	HK/AK:	30,00 €/Einh		Rüstkosten:	150,00 €/Lot		Lagerkosten:	3,00%/Periode	
	Periode:	1	2	3	4	5	6	7	8
	Bedarf:	80,00 Einh	120,00 Einh	100,00 Einh	60,00 Einh	250,00 Einh	40,00 Einh	10,00 Einh	10,00 Einh
Fertigungszeitpunkt	1	150,00 €	258,00 €	438,00 €	600,00 €	1.500,00 €	1.680,00 €	1.734,00 €	1.797,00 €
	2		300,00 €	390,00 €	498,00 €	1.173,00 €	1.317,00 €	1.362,00 €	1.416,00 €
	3			408,00 €	462,00 €	912,00 €	1.020,00 €	1.056,00 €	1.101,00 €
	4				540,00 €	765,00 €	837,00 €	864,00 €	900,00 €
	5					612,00 €	648,00 €	666,00 €	693,00 €
	6						762,00 €	771,00 €	789,00 €
	7							798,00 €	807,00 €
	8								816,00 €
	Minima:	150,00 €	258,00 €	390,00 €	462,00 €	612,00 €	648,00 €	666,00 €	693,00 €
<p>Erläuterungen: Das Programm berechnet den optimalen Fertigungs- oder Beschaffungszeitpunkt bei schwankendem aber bekannten zukünftigen Bedarf. Die Spaltenwerte zeigen jeweils die Summe aus Los- und Lagerkosten; die Markierungen auf die kostenoptimale Verhaltensweise: beschaffen oder fertigen Sie in der durch die Markierung hervorgehobenen Periode!</p> <p>AbleSEN: Man produziere oder beschaffe in der durch die Markierung bezeichneten Periode alle Mengen, die von dieser Periode an bis zu der Periode, in der abgelesen wird, benötigt werden, um sich insgesamt kostenminimal zu verhalten. Ist die Markierung ganz unten, so beschaffe oder fertige man nur die Menge, die in der aktuellen Periode benötigt wird; ist die Markierung aber ganz oben, so beschaffe oder fertige man alles sofort.</p>									

Perioden 1 und 2 zu einer optimalen Bestellung von 200 Stück zusammenzufassen und dieser Bestellung zum Zeitpunkt $i = 1$ bereitzustellen ist.

Dieses Verfahren ist zweifellos *wesentlich komplizierter* als die vorher dargestellte Methode, liefert aber auch viel *bessere Ergebnisse*.

5.3. Die Lösung in Excel

Auch zu dieser Methode existiert auf der BWL CD eine Lösung für Microsoft® Excel® 97, 2000, XP oder 2003. Vgl. die Abbildung auf der vorstehenden Seite.

6. Heuristiken und Faustregeln

Diese Verfahren sind in der Regel *wesentlich einfacher* und meist nur durch praktische Erfahrung begründet. Sie sind daher oft *trivial*. Wir bieten daher an dieser Stelle nur einen *Überblick*.

6.1. Statische Bestellmengenverfahren

Bei den statischen Bestellmengenverfahren wird die Bestellmenge *ausschließlich anhand von Mengenvorgaben aus dem jeweiligen Materialstammsatz* gebildet. Diese Methoden sind *einfach* und *praktikabel*, erbringen aber *keine Optimierungsleistung*, so daß sie nur in jeweils spezifischen Situationen anwendbar sind. Viele Softwarepakete verwenden solche Methoden, was *völlig unverständlich* ist, da gerade innerhalb von Softwaresystemen doch eine exakte Rechnung unproblematisch wäre.

Es gibt *drei unterschiedliche Kriterien*, nach denen die Bestellmenge berechnet werden kann:

- **Exakte Bestellmenge:** Bei der Unterdeckung eines Materials, für das das Kriterium der exakten Bestellmenge gilt, setzt das System genau die Unterdeckungs- menge (Bedarf minus verfügbaren Lagerbestand) als Bestellmenge in seine Berechnung ein. Zu dem entsprechenden Bedarfstermin ist dann der geplante Lagerbestand erreicht. Dieses Verfahren wird auch als *Lot-for-Lot-Verfahren* bezeichnet. Die Planung erfolgt *tagesgenau*. Dies bedeutet, daß Bedarfsmengen, die sich am gleichen Tag ergeben, zu einer Bestellung zusammengefaßt werden und nicht für jeden Bedarf zum gleichen Termin eine Bestellung erzeugt wird.
- **Feste Losgröße:** Eine feste Bestellmenge wählt man oft dann für ein Material, wenn *technische Besonderheiten*, wie z.B. Palettengröße oder Tankinhalte, dies erfordern. Das Verfahren ist also nur in diesen *speziellen Situationen* sinnvoll; es versucht, die Packungs- größenrestriktion, die wir oben betrachtet haben, zu *umgehen*. Vielfach wird ein Schwellenwert festlegen, bei dessen Überschreitung eine Abbruchmeldung ausgegeben wird, die weitere Bestellungen zu diesem Termin stoppt. Bei der festen Bestellmenge mit *Splittung* und *Überlappung* wird die feste Bestell- menge in *Teilmengen* unterteilt, die jedoch nicht gleichzeitig, sondern *überlappend* bestellt werden.
- **Auffüllen bis zum Höchstbestand:** Beim diesem Bestell- mengenverfahren entspricht die Bestellmenge, die beschafft wird, der Differenz zwischen dem verfügba-

ren Lagerbestand und dem möglichen Höchstbestand. Das Bestellmengenverfahren ist daher im Rahmen der *verbrauchsgesteuerten Disposition* nur für die *Bestell- punktdisposition* gültig. Die Bestellmenge wird je nach Art der Bestellpunktdisposition berechnet. Man unterscheidet die Bestellpunktdisposition ohne Ber- rücksichtigung externer Bedarfe und die Bestellpunkt- disposition mit Berücksichtigung externer Bedarfe.

Mögliche *Berechnungsmethoden* wären:

- Höchstbestand
- aktueller Lagerbestand
- bereits vorhandene feste Zugangelemente
- = Losgröße

oder:

- Meldebestand
- + Summe Bedarfe (bzw. Summe Bedarfe in der Wiederbeschaffungszeit)
- aktueller Lagerbestand
- bereits vorhandene feste Zugangelemente
- = Losgröße

6.2. Periodische Bestellmengenverfahren

Diese Verfahren fassen die Bedarfsmengen einer oder mehrerer Perioden zu einer Bestellung zusammen. Die Anzahl der Perioden, die zu einem Bestellvorschlag zusammengefaßt werden sollen, kann aber *beliebig fest- gelegt* werden, so daß diese Methoden auch *keine nen- nenswerte Optimierung* ergeben. Man unterscheidet drei nur trivial unterschiedene Varianten:

- **Tagesbestellmenge:** Alle Bedarfsmengen innerhalb eines Tages oder einer frei wählbaren Anzahl von Tagen werden zu einer Losgröße zusammengefaßt;
- **Wochenbestellmenge:** Alle Bedarfsmengen innerhalb einer Woche oder einer frei wählbaren Anzahl von Wochen werden zu einer Losgröße zusammengefaßt;
- **Monatsbestellmenge:** Alle Bedarfsmengen innerhalb eines Monats oder einer frei wählbaren Anzahl von Monaten werden zu einer Losgröße zusammengefaßt.
- Bestellmengen nach *flexiblen Periodenlängen*, ana- log zu *Buchhaltungsperioden* („Periodenbestellmen- gen“): Alle Bedarfsmengen innerhalb einer oder einer frei wählbaren Anzahl von flexibel definierbaren Pe- rioden werden zu einer Bestellung zusammengefaßt. Die Periodenlänge werden analog zu den Buchhal- tungsperioden festgelegt.

Die in diesem Abschnitt dargestellten Methoden sind *fast immer stark verbesserungsfähig*. Durch die Einführung analytischer Optimierungsverfahren lassen sich erhebliche *Kostensenkungen*, *Durchlaufzeitminimierungen* und *Erhöhungen des Verfügbarkeitsgrades* finden. Es ist daher i.d.R. nicht im Interesse des Betriebes, solche einfa- chen Methoden, die oft von betriebswirtschaftlich wenig vorgebildeten Programmierern in kostspieligen Software- paketen eingebaut werden, weiterzuführen. Stattdessen sollte versucht werden, *echte Optimierungsverfahren* anzuwenden.

7. Abkürzungsverzeichnis

a_i	Platzbedarf der Materialart i	K_{fix}	Fixkosten
B_i	Bestellintervall der Materialart i	K_L	Kosten der Lagerung
EB_i	Eiserner Bestand der Materialart i	K_V	Kosten des Verbrauchs
EK	Einzelkosten	K_{var}	Variable Kosten
GK	Gemeinkosten	l	Aufwandsgleicher Materialgemeinkostensatz
HB_i	Höchstbestand der Materialart i	L	Lagerkostensatz für kürzere Perioden
i	Index (bei mehreren Materialarten)	λ	Lagrange-Multiplikator
j	Lagerzins = kalk. Zins	$(I+j)$	MGZ
K	Kosten	M_i	Menge, Bestellmenge des Materials i
K_B	Kosten des Bestellvorganges	$M_{i\text{opt}}$	Optimale Bestellmenge des Materials i
K_E	Kosten des Einkaufs	MGZ	Material-Gemeinkostenzuschlag
K_{ges}	Kosten des Einkaufs	q_i	Preis der Materialart i (§§253, 255 HGB)
		V_i	Verbrauch der Materialart i